

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



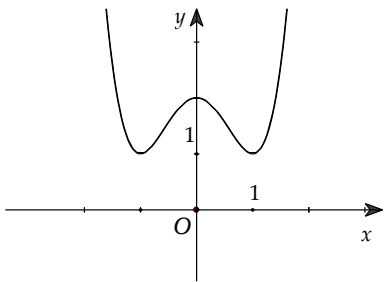
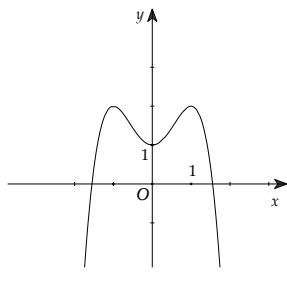
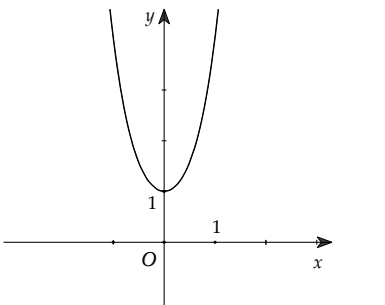
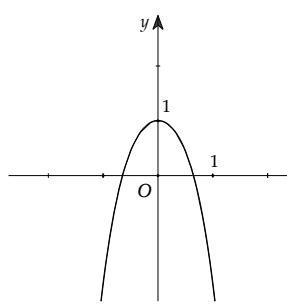
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG. NHẬN DẠNG HÀM SỐ THƯỜNG GẶP THÔNG QUA ĐỒ THỊ

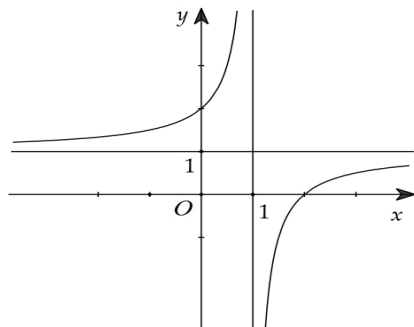
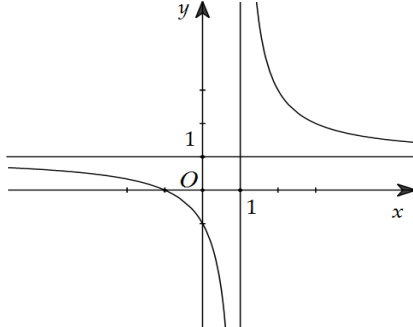
A. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

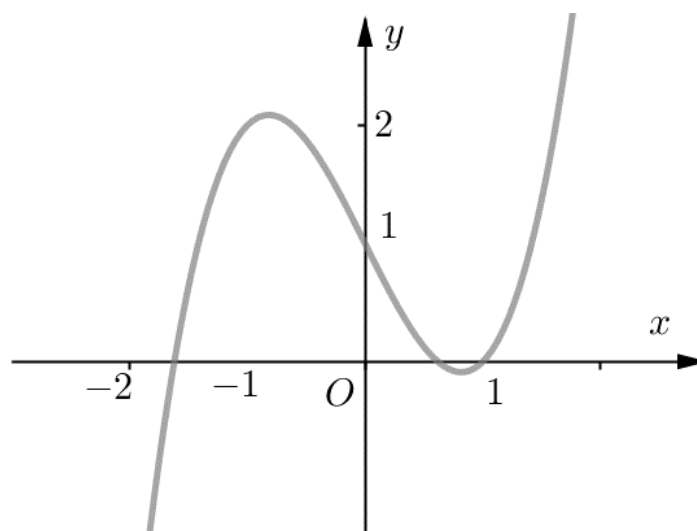
B. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ($ab < 0$)		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

C. Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

Câu 1: (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x + 1$.

D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Lời giải

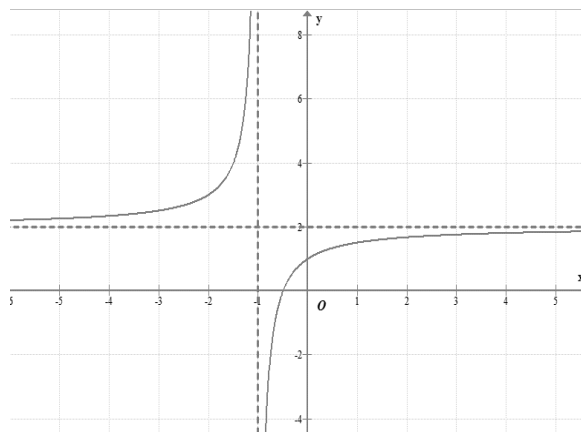
Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án D.

Xét phương án A có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án A.

Xét phương án B có $y' = 3x^2 - 6x$ và y' đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0, x = 2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$, loại phương án B.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 2: (Sở Cần Thơ - 2019) Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

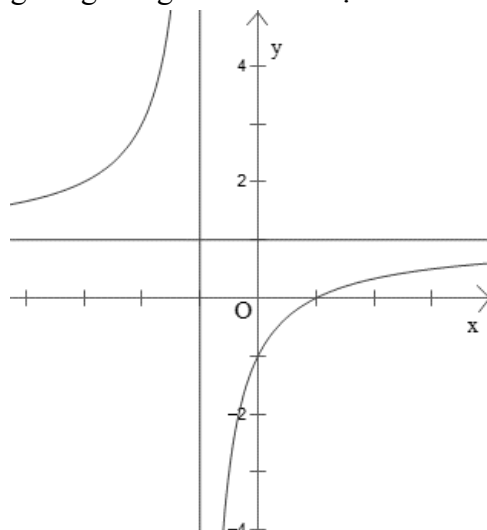
D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$ nên chọn phương án B.

Câu 3: (SGD Nam Định) Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

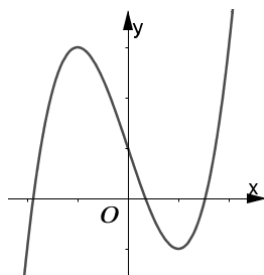
Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) $\Rightarrow$ Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

$\Rightarrow$ A đúng.

Câu 4: (Sở Gia Lai 2019) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = -x^2 + x - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

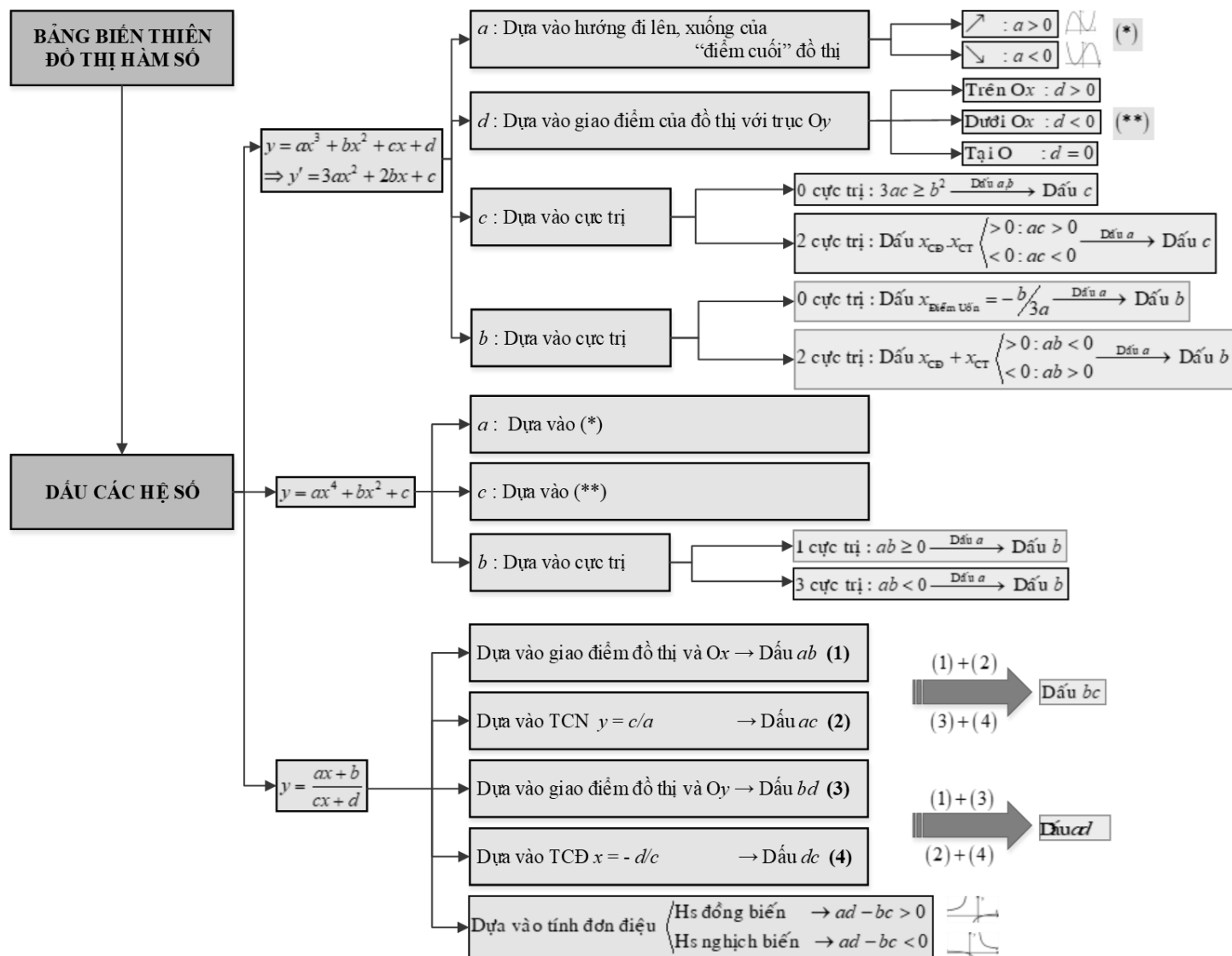
Lời giải

Chọn D

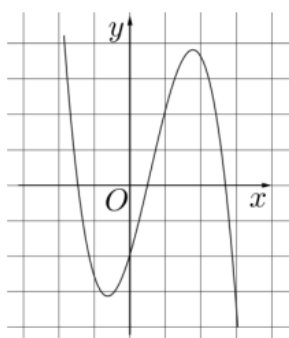
Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án **B** và **C**

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $a > 0$ nên loại phương án **A**

DẠNG 2. XÉT DẤU CỦA CÁC HỆ SỐ HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ



Câu 5: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

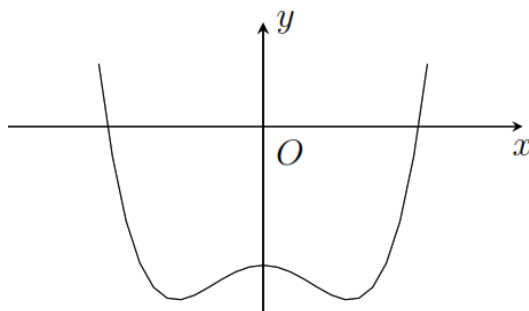
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án **D.** Do $(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Câu 6: (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



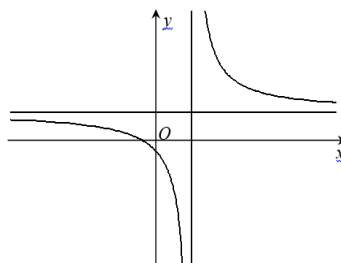
- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$ **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$ **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$ **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị có hình dạng như trên với hàm bậc bốn trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên $a > 0, b < 0$. Giá trị cực đại nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Câu 7: (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $ac > 0; bd > 0$ **B.** $ab < 0; cd < 0$ **C.** $bc > 0; ad < 0$ **D.** $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

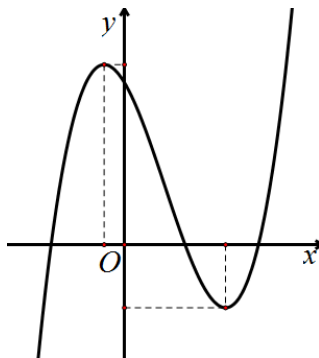
Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0$ (1)

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0$ (2)

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0$ (3)

Câu 8: (THPT Thiệu Hóa – Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$

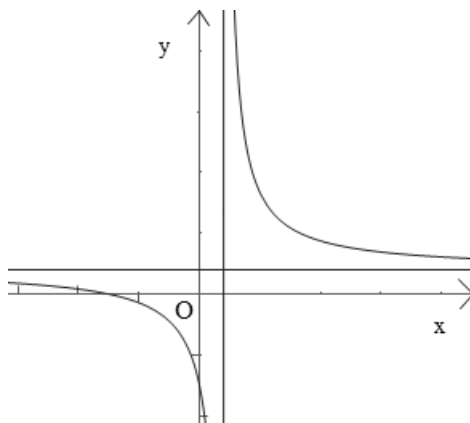
D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có $a > 0$, đồ thị cắt Oy tại 1 điểm có tung độ dương nên $d > 0$, đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$. Vậy đáp án D

Câu 9: (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Lời giải

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -\frac{d}{c-1}$.

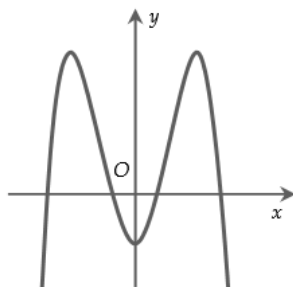
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \frac{a-1}{c-1}$.

Nhìn đồ thị ta thấy: $x = -\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$.

$y = \frac{a-1}{c-1} > 0 \Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 10: (Sở Ninh Bình 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

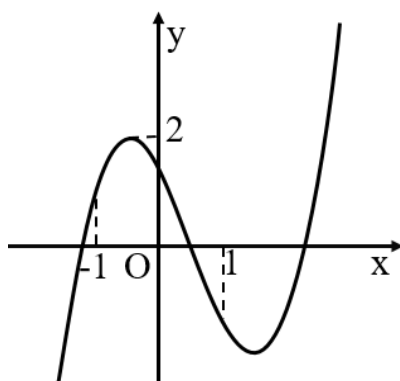
Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; c)$, từ đồ thị suy ra $c < 0$

Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Suy ra a, b trái dấu.

Mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 11: (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

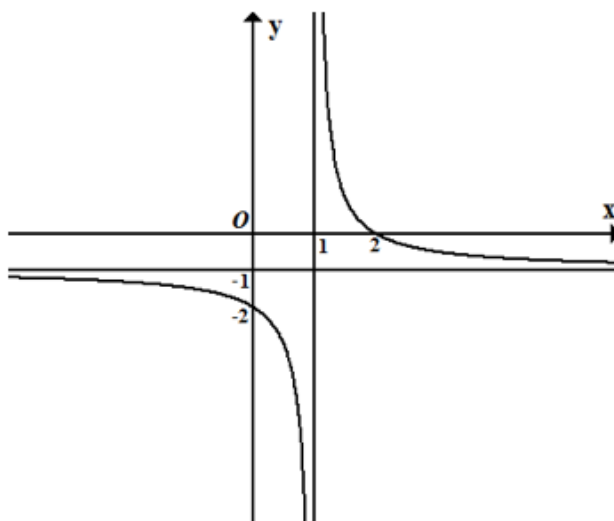
+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ nên suy ra $-\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d > 0$.

Câu 12: (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



A. $T = -8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2; 0)$, $B(0; -2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (vì đồ thị hàm số là đồ thị hàm nhất biến nên $ac - b \neq 0$), ta

suy ra

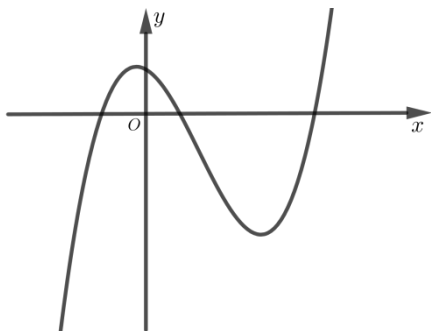
☐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

☐ Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$, $B\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Đối chiếu lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2 \cdot 2 + 3(-1) = 0$.

Câu 13: (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?



A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$

B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$

D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

$\oplus \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$

$\oplus$ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0.$

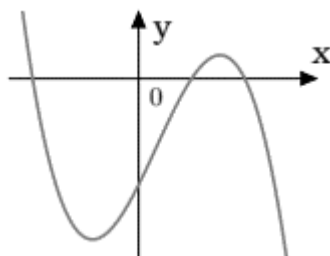
Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm

này luôn dương nên $\begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases} \text{ (do } a > 0)$

Do đó: $ab < 0, bc > 0, cd < 0.$

Câu 14: (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

Chọn D

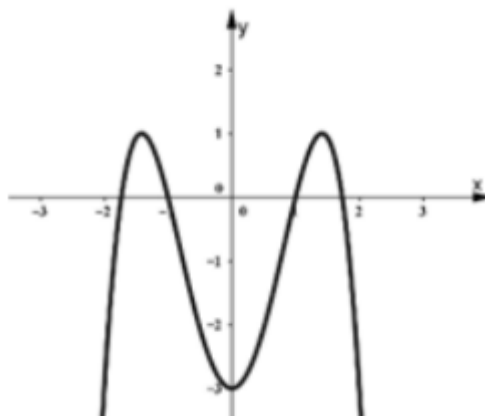
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0.$

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0.$

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0.$

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0.$

Câu 15: (THPT Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



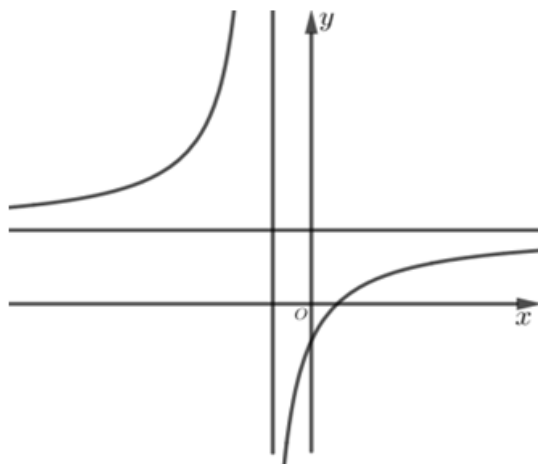
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$
- Giao điểm với trục tung nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Câu 16: (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy

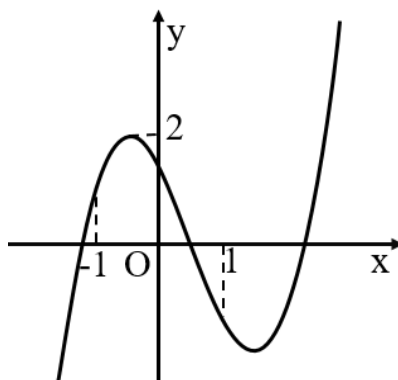
- tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)

- tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $\frac{-d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)
- giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$)

Vậy $c > 0, d > 0$

Câu 17: (Cụm liên trường Hải Phòng 2019) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn D

+ Dựa vào hình dạng đồ thị ta khẳng định được $a > 0$.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$. Dựa vào đồ thị suy ra $d > 0$.

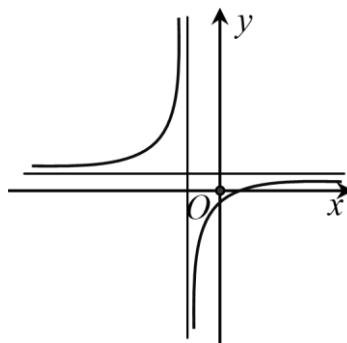
+ Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) trái dấu nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trái dấu. Vì thế $3a \cdot c < 0$, nên suy ra $c < 0$.

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

Mà $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ nên suy ra $-\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 18: (Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Nhận xét từ đồ thị:

+ Giao với trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow a$ và b trái dấu (1).

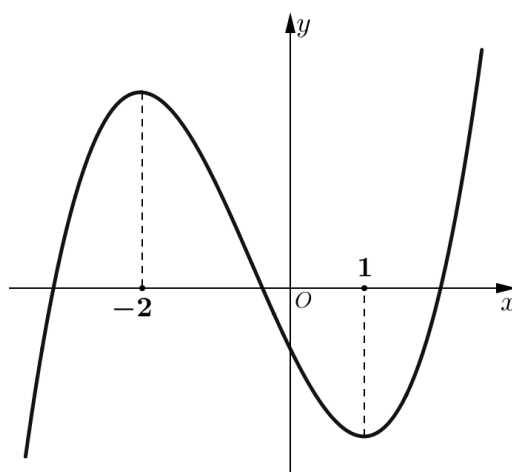
+ Giao với trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b$ và d trái dấu (2).

+ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d$ và c cùng dấu (3).

Từ (1) và (2) suy ra: a và d cùng dấu hay $ad > 0$.

Từ (2) và (3) suy ra: b và c trái dấu hay $bc < 0$.

Câu 19: Cho đường cong (C): $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $x=0 \Rightarrow y=d < 0$, từ dạng đồ thị suy ra $a > 0$.

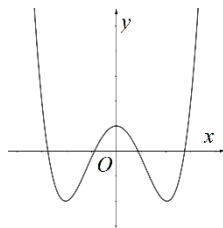
Mặt khác $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ từ đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu suy ra $ac < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$.

Hơn nữa phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$ suy ra

$$3a = 2b \Rightarrow b > 0.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 20: (Gia Lai 2019) Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị:

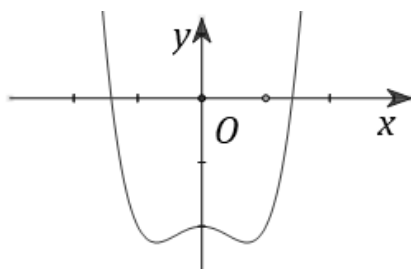
$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0.$$

$$+ \text{Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị} \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0.$$

$$+ \text{Giao điểm của đồ thị hàm số và trục tung có tung độ dương} \Rightarrow c > 0.$$

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 21: (THPT Thăng Long 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. $a + b > 0$.

B. $bc > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ac > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy:

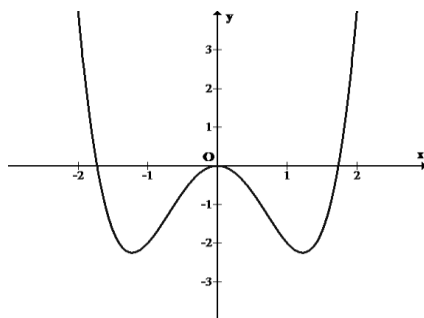
Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy chỉ có $bc > 0$.

Câu 22: (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



A. $a < 0, b < 0, c = 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c = 0$.

C. $a > 0, b < 0, c = 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

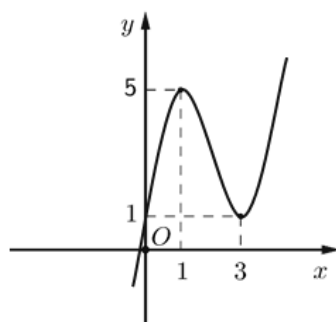
Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

Hệ số $a > 0$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 23: (Chuyên Long An 2019) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

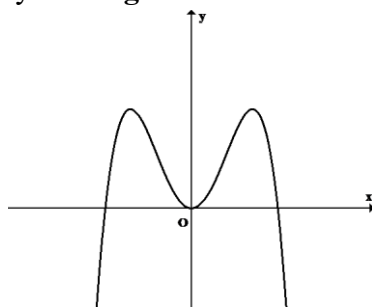
Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$ và đạt cực trị tại các điểm B và C .

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Ta có

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 5 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = 1 \end{cases}.$$

Câu 24: (THPT Trần Phú 2019) Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

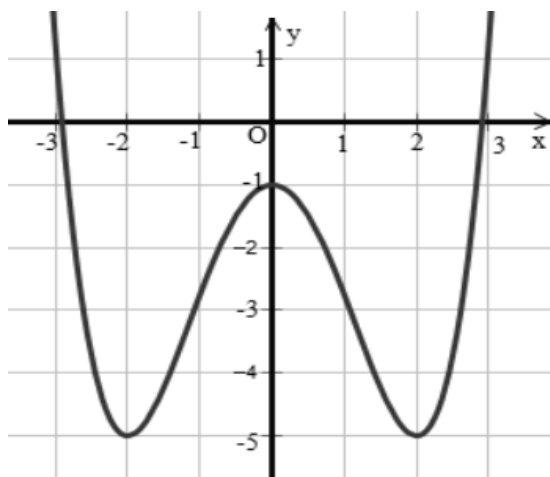
Hệ số $a < 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow c = 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c = 0$.

Câu 25: (THPT Cộng Hiền 2019) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

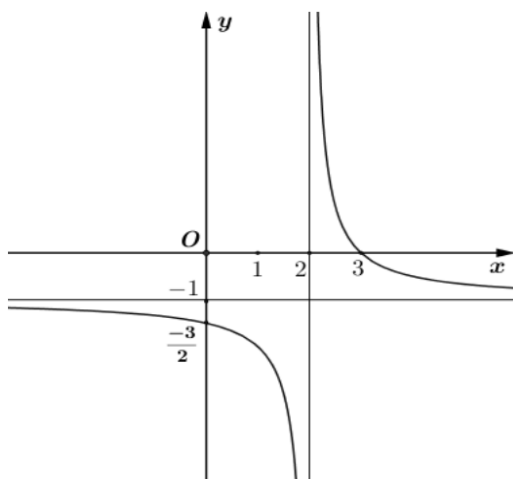
Nhìn vào đồ thị ta có:

Khi $x \in (2; +\infty)$ hàm số đồng biến $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0$ mà $a > 0 \Rightarrow b < 0$.

$y(0) = -1 = c \Rightarrow c < 0$.

Câu 26: (SGD Điện Biên - 2019) Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a-2c$.



A. $a-2c=3$.

B. $a-2c=-3$.

C. $a-2c=-1$.

D. $a-2c=-2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Mặt khác Đồ thị hàm số có TCD $x = 2$ nên $2+c=0 \Leftrightarrow c=-2$.

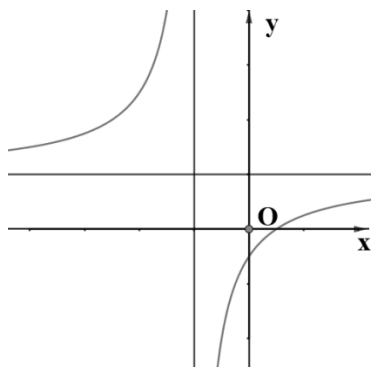
$$\Rightarrow a-2c = -1-2 \cdot (-2) = 3.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(3;0)$ và $(0;-\frac{3}{2})$ thuộc vào đồ thị hàm số đã cho nên ta được

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} 0 = \frac{a \cdot 3 + 3}{3 + c} \\ -\frac{3}{2} = \frac{a \cdot 0 + 3}{0 + c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 0 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a-2c = -1-2 \cdot (-2) = 3.$$

Câu 27: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$. **B.** $ad > 0$ và $ab < 0$. **C.** $bd < 0$ và $ab > 0$. **D.** $ad < 0$ và $ab < 0$.

Lời giải

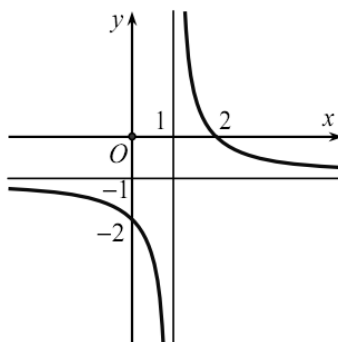
Chọn B

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d}$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $b < a < 0$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $b > a$ và $a < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

Lời giải

Chọn A

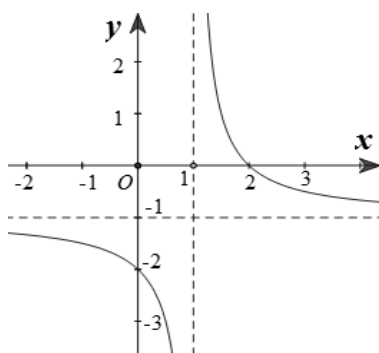
Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $a = -1$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $2a - b = 0 \Leftrightarrow -2 - b = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $b < a < 0$.

Câu 29: (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020) Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số

$$y = \frac{ax+b}{x+c} \text{ (với } a, b, c \in \mathbb{R} \text{)}.$$



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y = a$, đường tiệm cận đứng $x = -c$ và cắt Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y = -1$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b + c = -1 - 1 + 2 = 0.$$

Câu 30: (Chuyên Lương Văn Tỵ - Ninh Bình - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

- A.** $(1; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. **D.** $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-ax}{bx-c} = \frac{-a}{b}$, theo giả thiết suy ra $\frac{-a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = -3b$

Hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow b - c = 0 \Leftrightarrow b = c$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $f'(x) = \frac{ac-2b}{(bx-c)^2} > 0$ với mọi x khác 1

$$\text{Suy ra } ac - 2b > 0 \Leftrightarrow -3b^2 - 2b > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < b < 0 \Leftrightarrow 0 < -b < \frac{2}{3}$$

$$\text{Lại có } a + b + c = -3b + b + b = -b. \text{ Suy ra } (a + b + c)^2 = b^2 \in \left(0; \frac{4}{9}\right)$$

Vậy tổng $a + b + c$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

- Câu 31:** (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbf{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng
- A. 7. B. 4. C. 6. D. -5.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$, đường tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$.

Theo bài ra, ta có: $\begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ -\frac{d}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = 2c \end{cases}$.

+ Điểm $(-1; 7)$ thuộc đồ thị hàm số $f(x)$ nên $\frac{-a+b}{-c+d} = 7 \Leftrightarrow \frac{-3c+b}{-c+2c} = 7 \Leftrightarrow b = 10c$.

Vậy $\frac{2a+3b+4c+d}{7c} = \frac{2(3c)+3(10c)+4c+2c}{7c} = 6$.

- Câu 32:** (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a+b < 0$; (3): $a+b+c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có hệ

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{array} \right.$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1),(4) là sai, (2),(3) đúng.

Câu 33: (Đô Lương 4 - Nghệ An - 2020) Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 25.

B. -1.

C. 7.

D. 14.

Lời giải

Chọn A

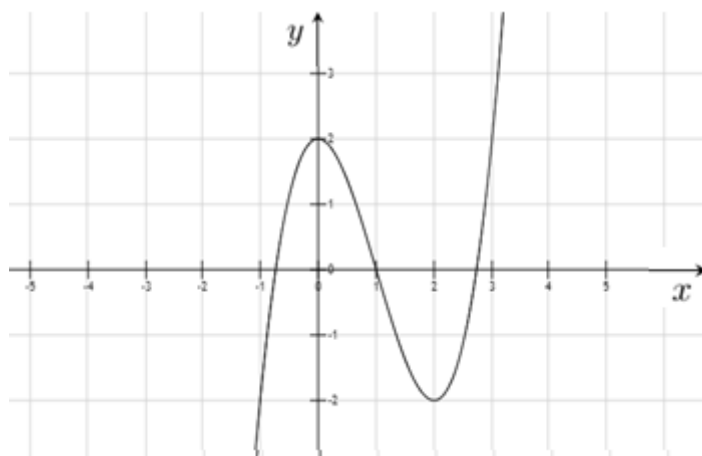
Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

$$\text{Theo đề, ta có hệ phương trình } \left\{ \begin{array}{l} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 = 1^3 + a.1^2 + b.1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 0 = 3.(-2)^2 + 2a.(-2) + b \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{array} \right.$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

Câu 34: (Lê Lai - Thanh Hóa - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



A. $S = -2$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = -1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $y = 2$ nên $d = 2$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$ nên

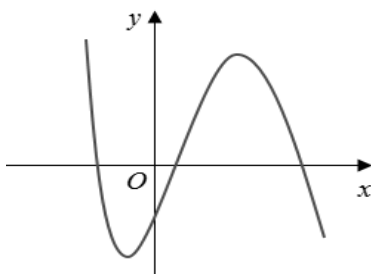
$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = -3a \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ đồ thị ta nhận thấy } y(2) = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b + d = -2 \Leftrightarrow 8a + 4b = -4 \Leftrightarrow 2a + b = -1 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta tìm được $a = 1, b = -3$.

Vậy $S = -2$.

Câu 35: (Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, \quad y'' = 6ax + 2b$$

Từ đồ thị ta thấy:

☐ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Ta suy ra $a < 0$.

☐ $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0$ loại **C**.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$. Ta suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$.

Ta suy ra $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0, \Rightarrow c > 0$ loại **B**.

Hơn nữa, $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3a} > 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0$. Loại **A**.

Câu 36: (Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.** $b^3 - 8 \leq 0$. **B.** $-b^2 + 4 > 0$. **C.** $b^2 - 3b + 2 < 0$. **D.** $b^3 - 8 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

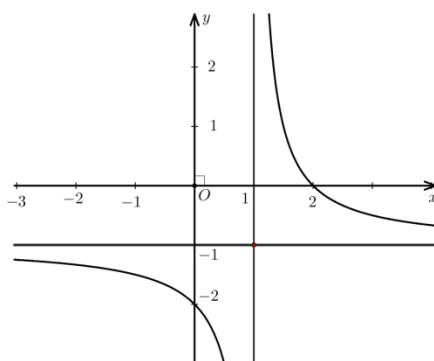
Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 37: (Tiên Du - Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T = \frac{a-2b+3d}{c}$.



- A.** $T = 6$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = -8$. **D.** $T = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có

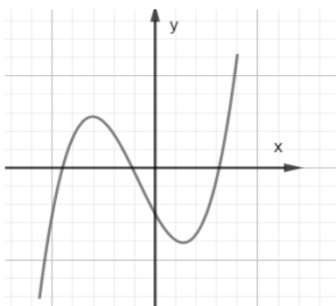
$$\text{TCD: } x = 1 \Rightarrow \frac{-d}{c} = 1 \Rightarrow \frac{d}{c} = -1 \Rightarrow d = -c$$

$$\text{TCN: } y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c$$

$$\text{Đồ thị cắt trục hoành tại điểm: } x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{-b}{-c} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a - 2b + 3d}{c} = \frac{-c - 4c - 3c}{c} = -8$$

Câu 38: (Thanh Chương 1 - Nghệ An - 2020) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dạng đồ thị hàm số ta có $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ca < 0$

Mà $a > 0$ nên $c < 0$

Ta lại có: $y'' = 6ax + 2b$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

Từ đồ thị hàm số ta thấy tâm đối xứng có hoành độ âm. Do đó $-\frac{b}{3a} < 0$

Mà $a > 0$ nên $b > 0$

Vậy trong các số a, b, c và d có 2 số dương là a và b

Câu 39: (Tiên Lãng - Hải Phòng - 2020) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 1$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 \quad (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac+6b}{(bx-c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.

Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$; và (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.

DẠNG 2. ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ)

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

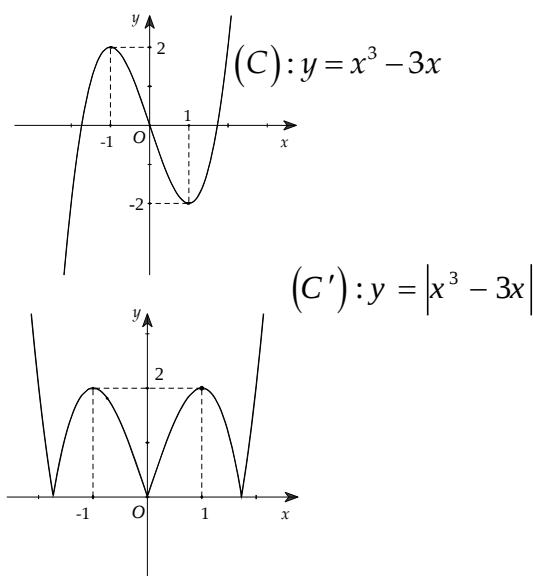
☐ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C) :

☐ Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox , giữ nguyên (C) phía trên Ox .

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .



Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

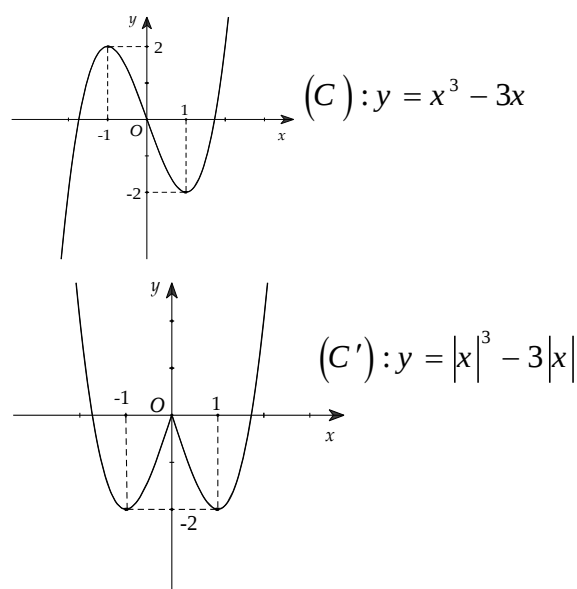
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị

$$(C'): y = |x|^3 - 3|x|.$$

Biến đổi (C) :

☐ Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy , giữ nguyên (C) bên phải Oy .

☐ Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .



Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

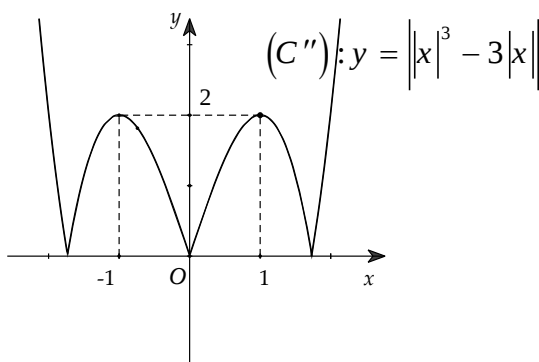
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$

suy ra đồ thị $y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi (C)

để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi

$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị

$$(C''): y = ||x|^3 - 3|x||.$$



Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

*** Cách vẽ (C') từ (C) :**

☐ Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

☐ Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

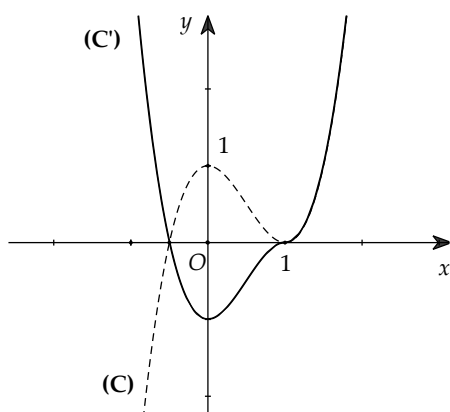
Ví dụ

a) Từ đồ thị (C): $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị (C'): $y = |x - 1|(2x^2 - x - 1)$

$$y = |x - 1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C'):

- ☐ Giữ nguyên (C) với $x \geq 1$.
- ☐ Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.



Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên lấy đối xứng các điểm đặc biệt của (C): giao điểm với Ox, Oy, CĐ, CT...

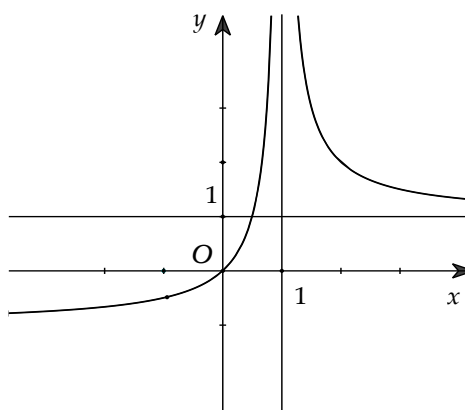
Ví dụ

b) Từ đồ thị (C): $y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị (C'): $y = \frac{x}{|x-1|}$

$$y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1; +\infty) \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 1) \end{cases} . \text{Đồ thị}$$

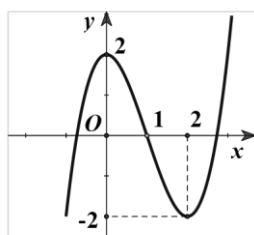
(C'):

- ☐ Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.
- ☐ Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.

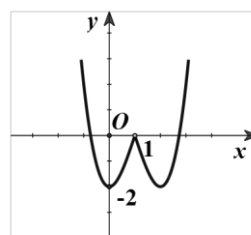


Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên lấy đối xứng các đường tiệm cận để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

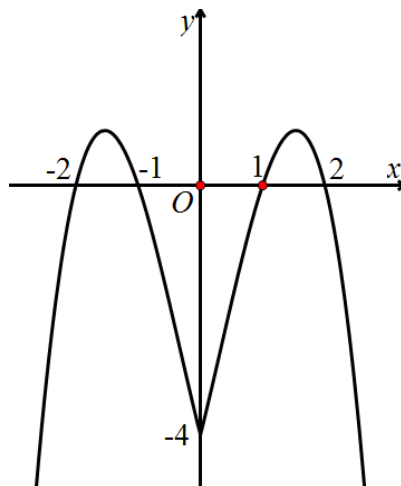
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $x \geq 1$ được giữ nguyên.

Phần đồ thị ứng với $x < 1$ lấy đối xứng qua trục hoành.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án **C**.

Câu 41: (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

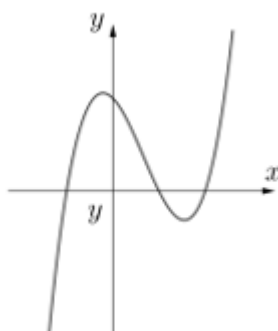
D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

Lời giải

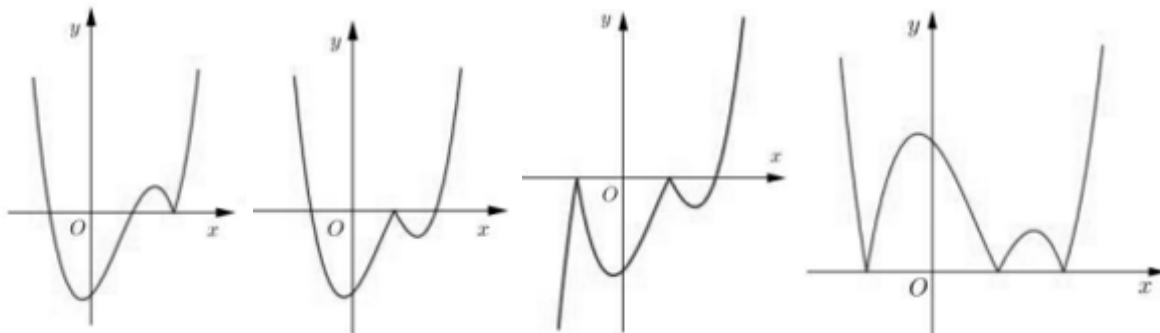
Chọn A

Do đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ bằng -4 và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

Câu 42: (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Cho hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ có đồ thị như hình vẽ



Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$.

$$\text{Ta có } y = (x-2)|x^2-1| = \begin{cases} (x-2)(x^2-1) & \text{khi } x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}.$$

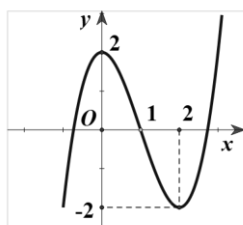
Cách vẽ đồ thị như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ (C) ứng với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được (C_1) .

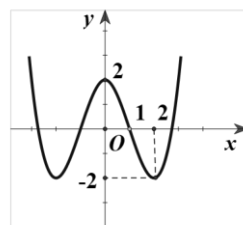
+ Lấy đối xứng phần (C) ứng với $x \in (-1; 1)$ qua trục hoành ta được (C_2) .

Khi đó đồ thị hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Câu 43: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

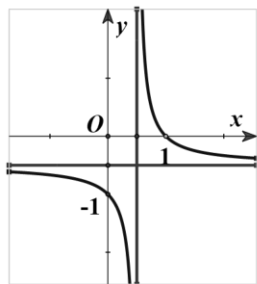
Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

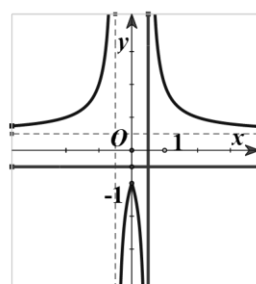
Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{|-x+1}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Hướng dẫn

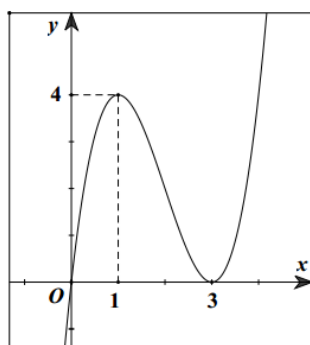
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

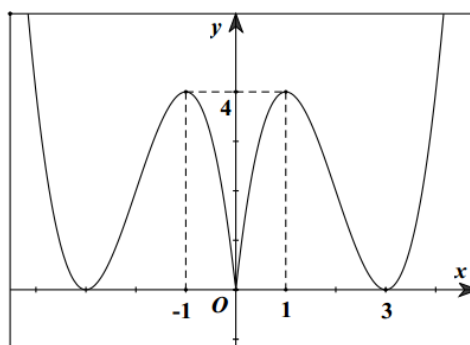
Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Chọn đáp án B.

Câu 45: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

Lời giải

Chọn C

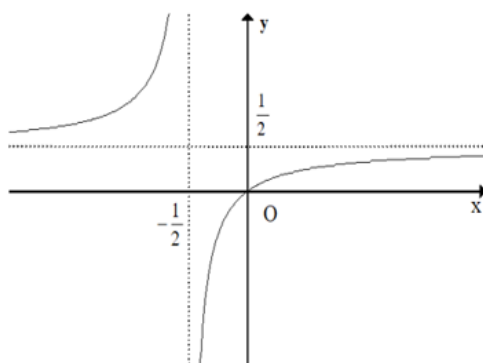
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

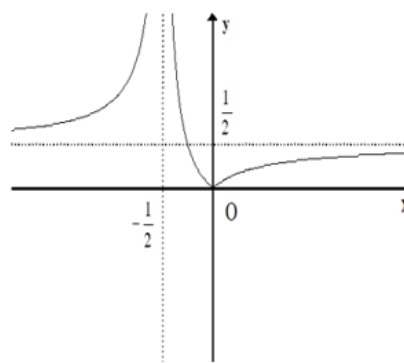
+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 46: (Cụm liên trường Hải Phòng -2019) Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

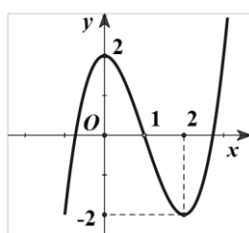
C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

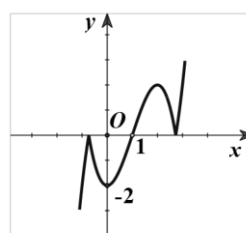
Lời giải

Chọn A

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

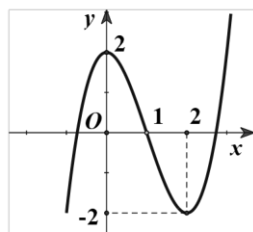
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị ứng với $\begin{cases} x \geq 1 + \sqrt{3} \\ x \leq 1 - \sqrt{3} \end{cases}$ được giữ nguyên.

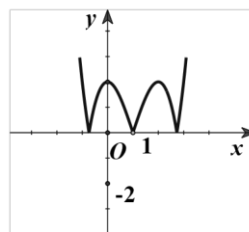
Phần đồ thị ứng với $1 - \sqrt{3} \leq x \leq 1 + \sqrt{3}$ lấy đối xứng qua trục hoành.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 48: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$.

D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

Hướng dẫn

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$

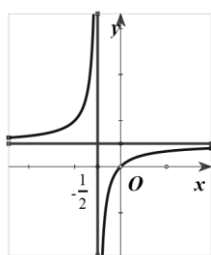
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

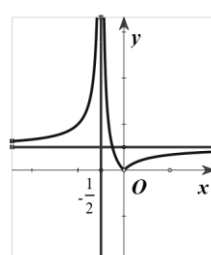
Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

⇒ Chọn đáp án **A**.

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

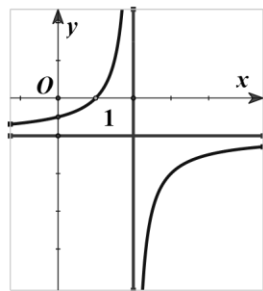
Toàn bộ đồ thị phía trên Ox giữ nguyên

Toàn bộ phần phía dưới Ox được lấy đối xứng lên trên

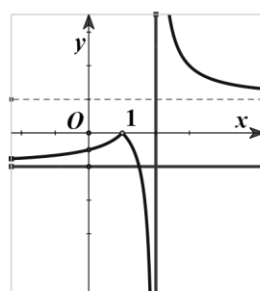
⇒ dạng $|f(x)|$.

Chọn đáp án **C**.

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{x-2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|-2}$.

C. $y = \frac{|-x+1|}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+1}{|x-2|}$

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

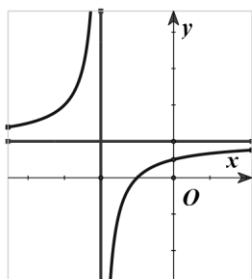
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=1$ lấy đối xứng qua Ox

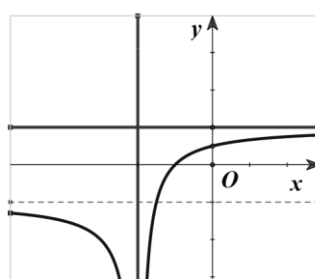
Chọn đáp án C.

Chú ý: $y = \frac{|-x+1|}{x-2} = \begin{cases} \frac{-x+1}{x-2}, & x \leq 1 \\ -\frac{-x+1}{x-2}, & x > 1 \end{cases}$

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$.

B. $y = \frac{|x|+1}{|x|+2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Hướng dẫn

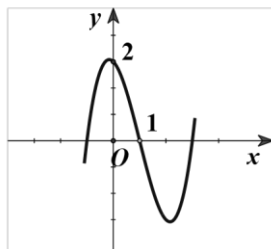
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x=-2$ được giữ nguyên

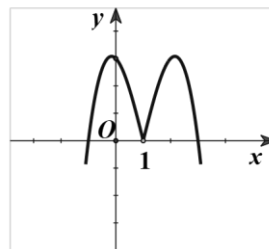
Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x=-2$ lấy đối xứng qua Ox

Chọn đáp án D.

Câu 52: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |(x-1)(x^2-2x-3)|$.

B. $y = |x-1|(x^2-2x-3)$.

C. $y = -|x-1|(x^2-2x-3)$

D. $y = (x-1)|x^2-2x-3|$

Hướng dẫn

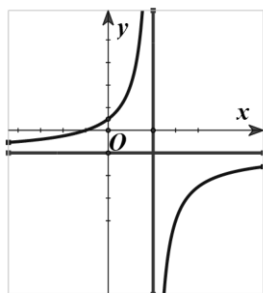
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị nằm bên trái (ứng với $x \leq 1$) đường thẳng $x=1$ được giữ nguyên

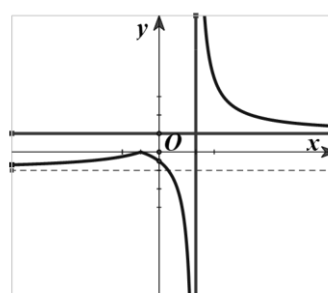
Toàn bộ đồ thị nằm bên phải (ứng với $x > 1$) đường thẳng $x=1$ được lấy đối xứng qua Ox .

$\Rightarrow$ Chọn đáp án **C**.

Câu 53: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{-x+2}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$.

B. $y = \frac{|x+1|}{x-2}$.

C. $y = \frac{|x+1|}{-x+2}$.

D. $y = \frac{x+1}{|x+2|}$.

Hướng dẫn

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía bên trái đường thẳng $x = -1$ (ứng với $x \leq -1$) được giữ nguyên

Toàn bộ đồ thị phía bên phải đường thẳng $x = -1$ (ứng với $x > -1$) được lấy đối xứng qua trục Ox .

Chọn đáp án **B**.